

文章编号:1000-8055(2012)06-1238-05

抗混叠时频域融合算法及在叶片 响应分析中的应用

刘雅琳¹, 上官博¹, 徐自力²

- (1. 西安交通大学 能源与动力工程学院, 西安 710049;
2. 西安交通大学 航天航空学院 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

摘 要: 为解决现有的时频域融合算法中反复使用快速傅里叶变换而出现频谱混叠误差和频谱系数周期性重复的问题, 采用快速抗混叠傅里叶变换取代原有的快速傅里叶变换, 从计算精度和效率两个方面对时频域融合算法进行改进. 使用改进后的抗混叠时频域融合算法对某真实叶片的非线性强迫振动响应进行了计算, 并与原算法的计算结果进行了比较. 计算结果表明: 抗混叠时频域融合算法在保证精度的前提下, 计算速度约为原算法的 4 倍. 该算法适合于有限元模型、精度要求高的非线性系统的动力学响应分析.

关 键 词: 时频域融合算法; 快速抗混叠傅里叶变换; 叶片; 干摩擦; 振动

中图分类号: K263.3; V231.91

文献标志码: A

Anti-aliasing alternating frequency/time domain method and its application in response analysis of blade systems

LIU Ya-lin¹, SHANGGUAN Bo¹, XU Zi-li²

- (1. School of Power and Energy, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures,
School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to solve the problems of spectrum alias error and spectrum coefficient periodically reiteration cause by using fast Fourier transform (FFT), the fast anti-aliasing Fourier transform was employed to improve analysis accuracy and efficiency of alternating frequency/time domain method. The nonlinear forced response of a real turbine blade was calculated by using the anti-aliasing alternating frequency/time domain method, and the computational accuracy and time were compared with these of the normal method. The results indicate that under certain parameter conditions, the calculation speed of the anti-aliasing alternating frequency/time domain method is about 4 times of the normal one, while the precisions are almost the same. These findings confirm the practicability of the anti-aliasing alternating frequency/time domain method in computing dynamic response of nonlinear systems based on finite element model for high precision analysis.

Key words: alternating frequency/time domain method;
fast anti-aliasing Fourier transform; blade; dry friction; vibration

收稿日期:2011-08-04

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120704.1152.201206.1238_006.html

基金项目: 国家重点基础研究计划(2011CB706505); 国家高技术研究发展计划(2007AA04Z1A1); 国家自然科学基金(50675169)

作者简介: 刘雅琳(1983—), 女, 陕西西安人, 博士生, 主要从事透平机械振动研究.

透平机械在运行时,叶片常因受到气流激励而诱发高周疲劳失效。实际工作中多采用围带、凸肩或缘板阻尼器这样的伴随结构,增加系统结构阻尼,降低叶片振动应力。因阻尼结构的引入为叶片系统带来的非线性干摩擦力,给叶片动力学特性的研究增添了不少困难。

如何高效且准确地求解叶片系统非线性动力学方程是阻尼结构叶片响应分析的关键问题。常见的求解方法有:时间积分法、频域方法和时频域方法。时间积分法因计算时间长,已不能满足工业设计对时间的要求。在频域方法中,经典的谐波平衡方法(HBM)^[1-2]无法处理超谐波和次谐波分量,增量谐波平衡法(IHB)^[3-4]及伽辽金/牛顿哈希方法(GNR)^[5]尽管能考虑非线性摩擦力高次谐波分量的影响,计算量却随着所考虑谐波数的增加呈几何增长,且每次迭代都需要求解一个维数很大的 Jacobin 矩阵,计算量巨大。以时频域融合算法(AFT)^[6]为代表的时频域方法是目前最为常用的一类多谐波分析方法,该方法充分利用了非线性系统的特性和时频域分析各自的优势,通过时域中的周期运动准确地描述非线性摩擦力,再通过傅里叶变换转换到频域中对大型非线性代数方程组进行高效求解,因此受到了广泛地关注和发展^[7-10]。然而,现有的时频域融合算法在计算中需要多次使用快速傅里叶变换在时域与频域间进行转化,由此产生的混叠误差及其积累,影响了计算的精确性。

本文将从提高谐波分析精度和减少谐波分析采样数这两个方面入手对时频域融合算法进行改进,发展一种可考虑多次谐波影响的高精度、高效率的非线性动力学稳态响应求解方法——抗混叠时频域融合算法。使用该算法对某真实叶片的强迫振动响应进行了计算分析,并对影响叶片系统振动响应的关键参数进行了研究。

1 阻尼结构叶片运动方程

某真实叶片如图1所示,采用Z型围带结构。叶片在静止时相邻围带工作面存在间隙,工作中在离心载荷作用下,叶片发生扭转恢复,使相邻围带相互接触形成摩擦接触面。当叶片在振动时,两接触面相互摩擦产生摩擦力,消耗系统的振动能量。

叶片的有限元运动方程可表示为

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = P(t) + F_{nl}(x, \dot{x}) \quad (1)$$

其中 M, K, C 分别为叶片系统的质量矩阵、刚度矩阵和材料阻尼矩阵; X 为位移向量; P 和 F_{nl} 分别为激振力载荷向量和作用在围带处的非线性干摩擦力向量; x 和 $\dot{x}$ 表示围带接触区域节点的位移与速度。

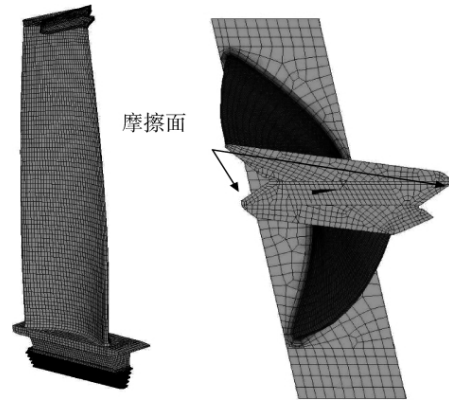


图1 围带叶片有限元模型及围带接触结构

Fig. 1 Contact configuration of shrouded blade

2 抗混叠时频域融合算法

使用时频域融合算法对式(1)进行求解时,需同时对方程两边进行傅里叶变换,并引入 ω_k 满足离散傅里叶变换的需要,得到如下非线性代数方程组:

$$\Lambda(\omega) \cdot X(\omega) = P(\omega) + \eta[\omega, X(\omega)] \quad (2)$$

$$\omega = \{\omega_k\} \quad (3)$$

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{\Delta T \cdot N} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

其中 $\Lambda(\omega)$ 表示系统线性部分的傅里叶变换,是频率 ω 的函数; $P(\omega), \eta[\omega, X(\omega)], X(\omega)$ 分别为 $P(t), F_{nl}(x, \dot{x})$ 及 $X(t)$ 的傅里叶变换。 ΔT 和 N 是离散傅里叶变换中所考虑的采样时间和采样点数。

方程(2)是关于未知量 $X(\omega)$ 的非线性代数方程组,需要迭代求解。现有的时频域融合算法在进行迭代计算时,使用快速傅里叶正反变换实现时域与频域间相互转换,由于快速傅里叶变换客观存在着频谱混叠误差与频谱系数周期性重复的不足,影响了整个时频域融合算法的计算精度和效率。

快速抗混叠傅里叶变换^[11]在计算复频谱系数时采用分段积分的方法将信号 $x(t)$ 在区间 $[0, T]$ 内分成若干段,用泰勒级数来逼近每个小区间的连续信号,这不仅区别于快速傅里叶变换通过离散序列求和来近似计算连续函数 $x(t)$ 在

区间 $[0, T]$ 上的积分, 而且最大程度的还原了傅里叶级数中通过积分计算复振幅值的计算方法, 有效地减少分析误差并提高计算精度. 信号 $x(t)$ 在 $t = t_n$ 处展开为泰勒级数, 取前 $M+1$ 阶逼近

$$x(t) \approx \sum_{m=0}^M a_m (t - t_n)^m \quad (5)$$

其中 a_m 表示泰勒级数的系数, M 的取值决定了计算的精度. 将式(2)代入区间傅里叶变换公式中, 并多次使用分部积分法, 直至被积函数变为零为止, 得到

$$A_{kn} = \int_{t_n-\Delta}^{t_n+\Delta} x_n(t) \cdot e^{-jk\omega t} dt = \left\{ \sum_{j=0}^{\frac{M-1}{2}} \left[\frac{x_n^{(2l)}(t)}{(-jk\omega)^{2l+1}} - \frac{x_n^{(2l+1)}(t)}{(-jk\omega)^{2l+2}} \right] \cdot e^{-jk\omega t} \right\}_{t_n-\Delta}^{t_n+\Delta} \quad (l \geq 0) \quad (6)$$

式(6)中 $x_n^{(2l)}(t)$, $x_n^{(2l+1)}(t)$ 分别为 $x_n(t)$ 的 $2l$ 阶与 $2l+1$ 阶导数. 快速傅里叶变换的频谱计算方法可以看作是式(6)中 $M=0$ 的特例, 即用 $x(t)$ 在 t_n 处的采样值代替了 $[t_n - \Delta, t_n + \Delta]$ 区间的 $x_n(t)$, 因而造成频谱混叠. 采用多项式逼近各段内的 $x_n(t)$ 则消除了频谱混叠的来源, 精确地计算出了 A_{kn} 对应的积分值, 不会对计算精度造成影响.

此外, 快速傅里叶变换的递推公式中存在频谱系数 $A_{k+N} = A_k$ 的周期性重复, 即 N 个采样点只能确定 $N/2$ 个频谱系数. 而快速抗混叠傅里叶变换在一个周期内使用信号的 $N+1$ 个采样点可以分析计算出 N 次的谐波幅值及其初相角, 避免了频谱系数周期性重复的问题. 使用近半数的离散采样点数就能描述出快速傅里叶变换所计算的谐波分量, 最大限度的扩展了频谱分析的范围, 在保证高阶非线性分析能力的同时大幅减少了数据运算量.

鉴于快速抗混叠傅里叶变换 FAFT(fast anti-aliasing Fourier transform)在进行时域与频域转换时不会出现频谱混叠误差, 还能扩展频谱分析范围, 本文将其引入时频域融合算法对原算法进行改进, 改进后的抗混叠时频域融合算法的计算流程如图 2 所示.

假设叶片有限元模型有 m 个自由度, 那么式(2)方程组共包含有 mN 个方程. 忽略非线性摩擦力所需的计算量, 原算法进行一次迭代, 以简单迭代为例, 需要进行 $mN(m + \lg N)$ 次运算, 其中完成所有的快速傅里叶变换需要 $mN \lg N$ 次运算, 求解整个代数方程组需要 $m^2 N$ 次运算. 而抗

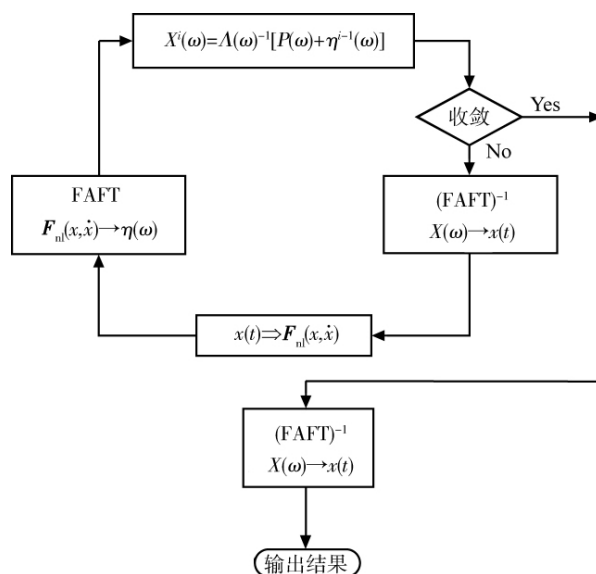


图 2 抗混叠时频域融合算法流程图

Fig. 2 Sketch map of anti-aliasing alternating frequency/time domain method

混叠时频域融合算法进行一次简单迭代共进行 $m(N/2 + 1)[m + \lg(N/2 + 1)]$ 次运算, 减少了 $m^2(N/2 - 1) + m \lg[N^N/(N/2 + 1)^{(N/2 + 1)}]$ 次运算.

3 阻尼叶片系统振动响应分析

3.1 抗混叠时频域融合算法有效性验证

分别采用现有的时频域融合算法(AFT)和抗混叠时频域融合算法(AAFT)对图 1 所示叶片进行强迫振动响应计算, 并对计算结果进行了比较. 图 1 中的围带叶片模型共有 16 068 个八节点六面体单元和 20 765 个节点, 其中位于摩擦接触面上的节点有 579 个. 叶片围带处的摩擦接触状态采用三维摩擦接触微滑移模型^[12](图 3)进行模拟. 接触面 1 和接触面 2 分别代表相邻围带间的摩擦接触面, 接触面被离散成多个摩擦接触点对

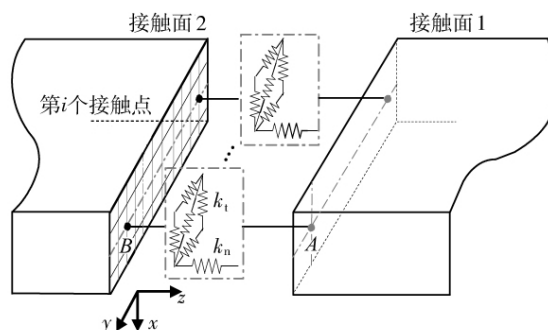


图 3 围带摩擦接触面上两接触点的几何示意图
Fig. 3 Geometry of the nominal contact surface between two points

以模拟微滑移摩擦特性. 通过对每个摩擦接触点对运动轨迹的求解, 可以得到围带接触面上多点分布的界面约束力. 每个摩擦接触点对包含 2 个摩擦接触点(点 A、点 B)和两个无质量的弹簧 k_t , k_n . 其中, k_t 和 k_n 分别表示接触面的切向接触刚度与法向接触刚度. 摩擦接触点 A 与面 1 保持黏滞, 当面 1 相对于面 2 发生运动时, 摩擦接触点 B

沿着面 2 会发生黏滑运动, 产生界面约束力. 本文采用的激振力大小为 5 N, 静摩擦因数 $\mu_s = 0.33$, 动摩擦因数 $\mu_d = 0.3$; 切向刚度和法向刚度分别为 $k_t = 1.0 \times 10^7$ N/m, $k_n = 1.0 \times 10^7$ N/m. 激振频率为 450 rad/s 时, 原算法(AFT)和抗混叠时频域融合算法(AAFT)的计算结果如表 1 所示.

表 1 AFT 和 AAFT 在 $\omega=450$ rad/s 的计算结果
Table 1 Results of AFT and AAFT in $\omega=450$ rad/s

使用方法	离散点个数	计算时间/s	轴向振幅/mm	周向振幅/mm	径向振幅/mm
AFT	1024	9.01	0.039542	0.02135	0.0065002
AAFT	512	4.875	0.039545	0.021211	0.0064724
AAFT	256	2.31	0.039504	0.021077	0.0064533

从表中可得: 在三种计算条件下得到的叶片稳态响应幅值差异小, 计算时间相差大. 采用 AFT, 1 024 个采样点时, 计算耗时最多; 采用 AAFT, 256 个采样点, 计算耗时最少. 以 AAFT, 256 个采样点计算的结果为例, 其计算时间 2.31 s 是 AFT 使用 1024 个采样点计算时间 9.01 s 的 26%, 且计算精度基本维持不变, 误差仅在 1% 左右(0.096%, 1.2786%, 0.72%).

3.2 参数影响分析

采用抗混叠时频域融合算法对不同围带接触面初始正压力下叶片系统的非线性响应进行了计算, 其一阶弯曲振动幅频响应曲线如图 4 所示. 横坐标表示激振力频率, 纵坐标为叶片振幅.

图 4 中, 随着接触面初始正压力的增加, 共振频率不断增大, 增加幅度逐渐减缓, 最终趋于两接触面为接触刚度连接时叶片的固有频率; 共振峰值在初始正压力较小时比较大, 然后随着接触面初始正压力的增加, 先减小后增大, 最后保持稳定. 叶顶振幅的峰值与初始正压力之间的变化关系如图 5 所示, 由图可知在文章设定的参数条件下, 围带间存在一个最优初始正压力值, 即最优预紧力, 约为 1.5 N, 在这一初始正压力下叶片系统振幅最小, 当初始正压力大于 4 N 后, 叶片系统的振幅将不再变化, 此时的围带摩擦面应趋于黏滞状态, 围带结构只起到增加系统刚度的作用, 并不产生阻尼效果. 图 6 所示的叶顶频率与初始正压力之间的变化曲线亦可表明当初始正压力大于 4 N 后, 围带接触面处于黏滞状态, 不再变化.

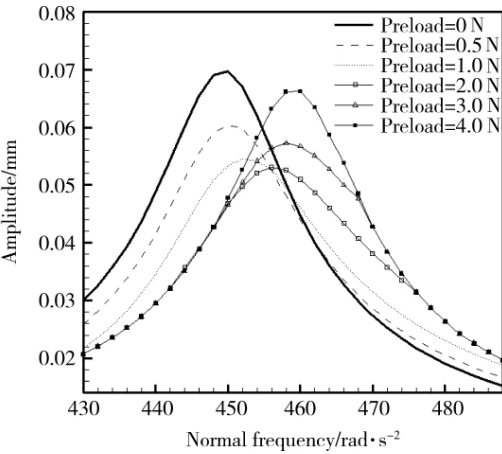


图 4 系统的幅频响应曲线

Fig. 4 Frequency-response curves of blade systems under different normal loads of damper

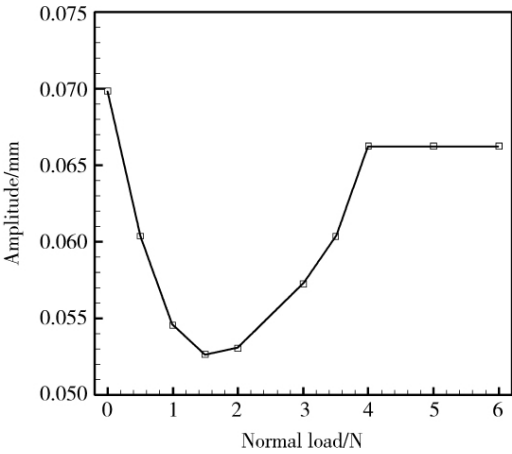


图 5 叶顶峰值与初始正压力的关系曲线

Fig. 5 Resonant response vs. normal load

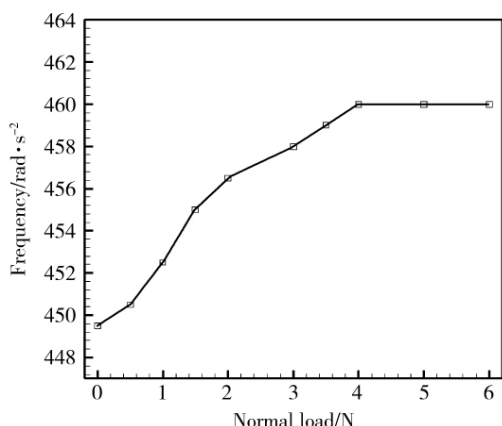


图 6 叶顶频率与初始正压力的关系曲线

Fig. 6 Resonant frequency vs. normal load

4 结 论

本文采用快速抗混叠傅里叶变换替代原本的快速傅里叶变换进行时域与频域间的转换,对现有的时频域融合算法进行了改进.该方法不仅可以抑制频谱分析中的混叠误差提高算法的分析精度,并且可以使用较少的采样点数对信号进行高阶谐波分析,减少傅里叶变换的计算时间.对真实叶片进行的非线性强迫振动响应计算表明:抗混叠时频域融合算法的计算速度为原算法的 4 倍.该算法适合于有限元模型、精度要求高的非线性系统的动力学响应分析.

参考文献:

- [1] Wang J H, Chen W K. Investigation of the vibration of a blade with friction damper by HBM[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1993, 115 (4): 294-299.
- [2] 卢绪祥, 黄树红, 刘正强, 等. 基于谐波平衡法的带冠叶片接触碰撞减振特性研究[J]. 动力工程学报, 2010, 30(8): 578-583.
LU Xuxiang, HUANG Shuhong, LIU Zhengqiang, et al. Study on contact impact damping characteristics of shrouded blades based on harmonic balance method[J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering, 2010, 30 (8): 578-583. (in Chinese)
- [3] Lau S L, Cheung Y K, Wu S Y. A variable parameter incremental method for dynamic instability of linear and nonlinear elastic systems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1982, 49(4): 849-853.
- [4] Lau S L, Zhang W S. Nonlinear vibrations of piecewise-linear systems by incremental harmonic balance method[J]. Journal of Applied Mechanics, 1992, 59: 153-160.
- [5] Ferri A A, Dowell E H. Frequency domain solutions to multi-degree-of-freedom, dry-friction damped systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 1988, 124(2): 207-224.
- [6] Cameron T M, Griffin J H. An alternating frequency/time domain method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamics systems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1989, 56(3): 149-154.
- [7] Cardona A. A multiharmonic method for nonlinear vibration analysis [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, 37(9): 1593-1608.
- [8] Nacivet S, Pierre C, Thouverez F, et al. A dynamic lagrangian frequency-time method for the vibration of dry-friction-damped systems [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 265(1): 201-219.
- [9] Olivier P, Pierre C. Hybrid frequency-time domain methods for the analysis of complex structural systems with friction damping [R]. Norfolk, Virginia: 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2003.
- [10] 史亚杰, 单颖春, 朱梓根. 带凸肩叶片非线性振动响应分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(5): 1158-1165.
SHI Yajie, SHAN Yingchun, ZHU Zigen. Analysis of nonlinear response of shrouded blades system[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(5): 1158-1165. (in Chinese)
- [11] 陈祥训. 快速高精度频谱分析方法[J]. 中国电机工程学报, 1991, 11(1): 34-41.
Chen Xiangxun. A fast anti-alias Fourier transform method-FAFT[J]. Proceedings of the CSEE, 1991, 11(1): 34-41. (in Chinese)
- [12] GU Weiwei, XU Zili, WANG Shangjin. Advanced modeling of three dimensional movements friction contact for analysis of forced response of shrouded blade[J]. Proc. IMechE. Part A: J. Power and Energy, 2010, 224(4): 573-582.